

Casse-tête de nombres premiers et composés

Résultat d'apprentissage

Mathématiques 10C, Algèbre et nombre, n° 1
Démontrer une compréhension des facteurs (diviseurs) de nombres entiers positifs en déterminant :

- les facteurs (diviseurs) premiers;
- le plus grand facteur (diviseur) commun;
- le plus petit commun multiple;
- la racine carrée;
- la racine cubique.

[CE, L, R]

Description

Les élèves font un casse-tête de nombres premiers et composés qui a de multiples solutions. Ils présentent leurs solutions et le raisonnement qui les accompagne.

Matériel

- Photocopies de la fiche reproductible : « Crible d'Ératosthène »
- Photocopies de la fiche reproductible : « Casse-tête de nombres premiers et composés »
- Grands cartons blancs
- Crayons-feutres

Activité

Avant :

1. Amorcez une discussion sur les différentes façons dont on peut classifier les nombres, p. ex. : nombres pairs et impairs, nombres premiers, les multiples de 3.
2. Posez la question suivante : « C'est qui, Ératosthène? ». Discutez un peu de l'histoire de la classification des nombres et de la place d'Ératosthène dans cette histoire.
3. Distribuez la fiche reproductible « Crible d'Ératosthène » et donnez les consignes suivantes :
 - *Coloriez tous les multiples de 2 en rouge, mais pas le nombre 2.*
 - *Coloriez tous les multiples de 3 en vert, sauf le nombre 3.*
 - *Coloriez tous les multiples de 5 en jaune, sauf le nombre 5.*
 - *Coloriez tous les multiples de 7 en bleu, sauf le nombre 7.*

4. Posez les questions de récapitulation suivantes :
 - *Quel nom donne-t-on à tous les nombres sans couleur?*
 - *Quel nom donne-t-on à tous les nombres coloriés?*
 - *Où se trouvent les multiples de 6? Où se trouvent les nombres premiers? Remarquez-vous quelque chose?*
 - *De quelle couleur est le nombre 6? 15? 21? 35? 10? 14? Pourquoi avez-vous colorié ces nombres deux fois? Comment appelle-t-on ces nombres? Vous avez colorié les nombres 20 et 18 deux fois, sont-ils des plus petits communs multiples? Pourquoi?*
 - *Y a-t-il des nombres qui ont été coloriés trois fois? Qu'est-ce que cela signifie?*
 - *Est-ce que le plus petit commun multiple des deux nombres est toujours le produit de ces deux nombres? Justifiez votre réponse avec des exemples et des contre-exemples.*
 - *Qu'est-ce qu'on fait pour trouver le plus petit commun multiple de 10 et de 8?*
 - *Comment utiliseriez-vous votre crible d'Ératosthène afin de trouver le plus grand facteur commun de 14 et de 21?*
5. Expliquez aux élèves la définition d'un nombre carré et d'un nombre triangulaire. Demandez-leur comment ils pourraient les représenter à l'aide d'un schéma.

Pendant :

1. Demandez aux élèves de faire le casse-tête avec les connaissances qu'ils ont sur la classification des nombres.
2. Les élèves devraient travailler en groupes de deux ou trois. Distribuez la fiche reproductible : « Casse tête de nombres premiers et composés » avec les consignes suivantes :
 - *Découpez les cartes de titre et placez-les dans les espaces sur le plateau de jeu.*
 - *Découpez les 25 cartes de nombre et placez-les dans les cases sur le plateau de jeu de sorte que les nombres correspondent aux conditions énoncées sur les cartes de titre de la rangée et de la colonne en question.*
 - *Essayez de remplir toutes les cases en réorganisant les cartes de titre sur le plateau de jeu.*
3. Une fois terminé, les élèves devraient coller leurs morceaux du casse-tête en place sur le plateau. Ensuite, ils devraient coller le plateau sur un carton. Sur le carton, ils devraient exposer et expliquer la stratégie qu'ils ont utilisée pour résoudre le casse-tête.

Après :

1. Les élèves devraient présenter leurs solutions devant le groupe.

2. Encouragez les élèves à élaborer une stratégie générale qui rendrait la résolution du casse-tête plus facile; posez-leur des questions telles que :
- *Comment avez-vous décidé où placer les cartes de titre afin de trouver une solution à votre casse-tête?*
 - *Avez-vous élaboré une stratégie pour vous aider à savoir où placer les nombres dans le casse-tête?*
 - *Est-ce qu'il existe une combinaison qui, du premier coup d'œil, devrait donner une solution mais qui, en fait, est impossible à résoudre?*

Informations pour l'enseignant

Ératosthène était mathématicien, astronome, philosophe et géographe. Il est né aux environs de 276 av. J.-C. Il a élaboré le crible d'Ératosthène qui permet de trouver les nombres premiers par l'exclusion des multiples. Un de ses exploits a été le calcul de la circonférence de la Terre en utilisant des concepts géométriques.

Cette activité demande que l'élève détermine d'abord les groupes de nombres qui ne peuvent pas être situés en position opposée (parce qu'il n'y a aucun élément dans leur intersection). Ensuite, l'élève doit être stratégique par rapport à son placement de certains nombres qui appartiennent à plusieurs groupes. En présentant leur solution et leur stratégie devant la classe, les élèves doivent suivre un raisonnement qui n'est pas le leur, ce qui les ouvre à d'autres possibilités de solutions.

Un prolongement de cette activité peut être utilisé en Mathématiques 30-1 ou Mathématiques 30-2 pour aborder des concepts tels que des permutations et les combinaisons et la théorie des ensembles. Pour l'activité destinée au cours de la douzième année, veuillez voir l'activité « Combien de configurations a mon casse-tête? »

Extension

Votre discussion de la classification des nombres pourrait amener les élèves à vouloir trouver des régularités ou des relations entre divers groupes de nombres, p. ex. :

- les nombres carrés et les nombres triangulaires;
- les nombres pairs et les nombres composés;
- les nombres cubiques et les nombres impairs.

Encouragez les élèves à utiliser des tableaux et des schémas afin d'explorer ces relations. S'il vous reste du temps, entamez une discussion sur les régularités que les élèves ont pu trouver à l'aide de leurs tableaux et de leurs schémas.

Pour un plus grand défi, l'élève pourrait créer son propre casse-tête en utilisant des ensembles de nombres différents. Vous pourriez donner les consignes suivantes aux élèves qui désirent créer leur propre casse-tête :

1. Choisissez les ensembles de nombres que vous désirez incorporer dans votre casse-tête. Il n'est pas nécessaire que le casse-tête comporte cinq colonnes et cinq rangées, un élève peut choisir des dimensions différentes pour sa variante.
2. Placez les ensembles de nombres sur une grille de sorte de pouvoir placer un nombre à l'intersection des ensembles de nombres qui s'opposent.
3. Trouvez un nombre qui satisfait aux deux conditions. Il ne devrait pas y avoir de répétitions de nombres.

* Si vous voulez augmenter la difficulté de l'activité, vous pouvez limiter la valeur des nombres choisis, p. ex., « les nombres entre 0 et 100 ».

Fiche reproductible

Crible d'Érathosthène

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Casse-tête de nombres premiers et composés

--	--	--	--	--

Source : © 2011. *The Factors and Multiples Puzzle*. NRICH <http://nrich.maths.org>. University of Cambridge, U.K. Tous droits réservés.

Casse-tête de nombres premiers et composés (Cartes)

1	2	3	4	5
<u>6</u>	7	<u>9</u>	10	11
12	15	16	18	20
21	23	24	25	30
35	36	45	55	60

NOMBRES PREMIERS	NOMBRES TRIANGULAIRES
NOMBRES CARRÉS	FACTEURS DE 60
NOMBRES INFÉRIEURS À 20	MULTIPLES DE 3
NOMBRES SUPÉRIEURS À 20	MULTIPLES DE 5
NOMBRES IMPAIRS	NOMBRES PAIRS

Source : © 2011. *The Factors and Multiples Puzzle*. NRICH <http://nrich.maths.org>. University of Cambridge, U.K. Tous droits réservés.

Casse-tête de nombres premiers et composés (Feuilles de réponses)

NOMBRES TRIANGULAIRES	3	36	6	55	15
NOMBRES SUPÉRIEURS À 20	23	25	21	30	60
NOMBRES INFÉRIEURS À 20	7	9	18	10	12
NOMBRES PAIRS	2	16	24	20	4
NOMBRES IMPAIRS	11	1	45	35	5

NOMBRES PREMIERS	NOMBRES CARRÉS	MULTIPLES DE 3	MULTIPLES DE 5	FACTEURS DE 60
------------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Casse-tête de nombres premiers et composés (suite)

NOMBRES PAIRS	2	36	6	24	10
NOMBRES IMPAIRS	7	9	55	21	35
NOMBRES SUPÉRIEURS À 20	23	25	45	60	30
NOMBRES INFÉRIEURS À 20	11	16	1	18	5
FACTEURS DE 60	3	4	15	12	20

NOMBRES PREMIERS	NOMBRES CARRÉS	NOMBRES TRIANGULAIRES	MULTIPLES DE 3	MULTIPLES DE 5
------------------	----------------	-----------------------	----------------	----------------