

Les exposants négatifs et l'exposant 0

Résultat d'apprentissage

Mathématiques 10C, Algèbre et nombre, n° 3
Démontrer une compréhension des puissances ayant des exposants entiers et rationnels.
[C, L, R, RP]

Description

En s'appuyant sur les connaissances qu'ont les élèves des régularités et des exposants positifs, cette activité leur permet de comprendre le sens des exposants négatifs et celui de l'exposant 0.

Matériel

- Photocopies de la fiche reproductible : « Les exposants négatifs et l'exposant 0 ».

Activité

Avant :

1. Amorcez une discussion sur les exposants et les lois des exposants qu'ils ont étudiés en 9^e année.
2. Demandez aux élèves de construire une régularité exponentielle. Demandez-leur de trouver, avec la régularité exponentielle qu'ils ont créée, au moins deux façons différentes d'expliquer la relation entre les termes (leurs explications peuvent prendre des formes diverses, p. ex., numérique ou schématique).
3. Demandez aux élèves de présenter leur explication à un camarade de classe. Si vous désirez, vous pouvez ensuite demander aux élèves de présenter à la classe leurs explications différentes.

Pendant :

1. Distribuez aux élèves la fiche reproductible : « Les exposants négatifs et l'exposant 0 ». (Cette fiche a deux formats différents, l'un sans consignes et l'autre comportant les consignes. Vous pouvez choisir lequel des deux vous voulez donner aux élèves).
2. En groupes de deux ou trois, les élèves devront compléter le premier tableau sur la fiche reproductible. Vous pouvez leur poser les questions directrices suivantes :
 - *Comment pouvez-vous arriver au nombre à droite à partir du nombre à gauche? Expliquez votre raisonnement aux membres de votre groupe.*
 - *Est-ce que vous voyez d'autres régularités?*

- *Comment pourriez-vous arriver au nombre à gauche à partir du nombre à droite? Expliquez votre raisonnement aux membres de votre groupe.*
3. Demandez aux élèves de prolonger la régularité dans les cases de la deuxième rangée.
 4. Demandez-leur d'écrire les nombres en forme exponentielle dans la troisième rangée. Si les élèves ont de la difficulté à écrire les fractions en forme exponentielle, vous pouvez leur poser des questions telles que :
 - *Voyez-vous des régularités dans la forme exponentielle des nombres entiers?*
 - *Si vous prolongez cette régularité, quelle sera la forme exponentielle des fractions?*
 - *Est-ce que vous voyez d'autres régularités dans le tableau?*
 5. Demandez aux élèves de formuler une généralisation qui décrit la relation entre les nombres dans la deuxième rangée et les nombres dans la troisième rangée.
 6. Demandez-leur de trouver un cas qui appuie leur généralisation et de l'inscrire dans le deuxième tableau.
 7. Demandez-leur de trouver une autre personne dans la classe qui a choisi un nombre autre que le leur comme nombre de départ. Demandez aux élèves de déterminer si l'exemple de leur partenaire appuie leur généralisation.

Après :

1. Demandez aux élèves de se baser sur les cas à l'appui qu'ils ont créés lors de cette activité pour écrire une généralisation leur permettant d'évaluer les exposants négatifs et l'exposant 0.
2. Demandez aux-leur d'écrire leurs généralisations au tableau une fois qu'ils auront terminé la tâche décrite ci-dessus.
3. Demandez-leur de partir des généralisations qu'ils ont élaborées pendant l'activité pour arriver à un consensus sur comment énoncer les lois des exposants pour les exposants rationnels et l'exposant 0.

Informations pour l'enseignant

Les élèves ont appris la multiplication par addition répétée et cette activité suggère un cheminement semblable, celui de la multiplication répétée, pour développer la compréhension des exposants. Elle s'appuie cependant sur le raisonnement inverse : si un exposant positif peut être représenté par une multiplication répétée, un exposant négatif peut être représenté par une division répétée.

En ce qui concerne l'exposant 0, les élèves verront la régularité dont il fait partie. Si vous voulez approfondir la compréhension de ce concept, vous pouvez demander aux élèves d'utiliser les lois des exposants qu'ils connaissent déjà pour créer des expressions numériques qui, une fois simplifiées, donnent une puissance ayant l'exposant 0. Ils pourraient par la suite effectuer les mêmes opérations en évaluant les puissances pour démontrer numériquement qu'un nombre ayant l'exposant 0 est égal à 1.

Extension

Dans cette activité, les élèves emploient le raisonnement inductif pour faire la démonstration de plusieurs cas ayant la même régularité. À partir de cas spécifiques, ils arrivent à des conclusions générales qui leur semblent s'appliquer dans tous les cas. Si vous voulez aller plus loin avec cette activité, vous pouvez demander aux élèves d'essayer de trouver des contreexemples (p. ex., est-ce que la règle générale que vous avez énoncée fonctionne aussi bien dans le cas des fractions ou des radicaux?). La recherche de contreexemples amènera les élèves à choisir des cas qui nécessiteront des calculs plus complexes afin de déterminer si la règle s'applique même dans leur cas.

Une autre façon de pousser les élèves un peu plus loin dans leur raisonnement au sujet des exposants négatifs et de l'exposant 0 est de leur demander de trouver une preuve déductive des deux lois sur Internet. Une fois qu'ils ont trouvé la preuve, ils doivent expliquer chaque étape de la preuve en fonction de leurs connaissances antérieures en ce qui concerne les puissances.

Fiche reproductible

Les exposants négatifs et l'exposant 0

(sans les consignes)

Tableau : Activité #1

					1	2	4	8	16	32

Votre cas à l'appui :

Les exposants négatifs et l'exposant 0

(avec les consignes)

Tableau : Activité #1

					1	2	4	8	16	32

- Déterminez comment on peut arriver au nombre à droite à partir du nombre à gauche. Vous pouvez utiliser la rangée vide au dessus des nombres pour expliquer votre raisonnement.
- Décrivez la régularité.
- Déterminez comment on peut arriver au nombre à gauche à partir du nombre à droite. Vous pouvez utiliser la rangée vide en dessous des nombres pour expliquer votre raisonnement.
- Décrivez la régularité.
- Prolongez la régularité dans les cases de la deuxième rangée.
- Écrivez les nombres en forme exponentielle dans les cases de la troisième rangée.
- Décrivez la régularité que vous voyez dans la forme exponentielle des nombres.

8. Trouvez un autre cas qui appuie votre généralisation et inscrivez-le dans le tableau ci-dessous.

9. Trouvez une autre personne dans votre classe qui a choisi un nombre autre que le vôtre comme nombre de départ. Expliquez votre raisonnement à votre partenaire. Est-ce que vous êtes arrivés à la même conclusion? Est-ce que l'exemple de votre partenaire appuie votre généralisation?
10. En vous servant de vos exemples, écrivez une règle générale qui vous permettrait d'évaluer les exposants négatifs.