

Math 5 – Aire et périmètre de figures irrégulières

– Notes à l'intention de l'enseignant –

Résultats d'apprentissage : FE – 3, FE – 4

FE – 3 : Estimer et mesurer le périmètre de figures irrégulières.

FE – 4 : Estimer et mesurer l'aire de figures irrégulières en les divisant en différentes parties.

Liens avec Math 4

Math 4, FE – 4 : Estimer, mesurer, noter, comparer et classer des objets selon leur longueur, leur hauteur, leur périmètre et leur circonférence à l'aide d'unités de mesure standard.

Math 4, FE – 5 : Estimer, mesurer, noter, comparer l'aire de figures, en utilisant des unités de mesure standard (cm^2 , m^2) et les ordonner en fonction de cette mesure.

Math 4, FE – 6 : Construire différentes figures étant donné leur aire (cm^2).

Math 4, FE – 7 : Choisir l'unité de mesure standard qui convient le mieux pour mesurer une aire.

Liens avec Math 6

Math 6, FE – 2 : Élaborer, vérifier, appliquer des règles ou utiliser des expressions concernant le périmètre de polygones.

Math 6, FE – 3 : Élaborer, vérifier, appliquer des règles ou utiliser des expressions concernant l'aire des rectangles (mm^2 , cm^2 , m^2 , ha, km^2).

Math 6, FE – 4 : Estimer et déterminer l'aire de prismes droits à base rectangulaire sans utiliser une formule.

Erreurs courantes

Les élèves peuvent confondre le périmètre, soit la distance que représente le pourtour de la figure, avec son aire, à savoir le nombre d'unités carrées qu'il faut pour couvrir l'étendue ou la région qu'elle représente. Il leur arrive souvent d'oublier que l'aire de deux triangles est égale à celle d'un carré, et ils ont aussi de la difficulté à décider si une unité carrée d'un quadrillage est couverte ou non.

Activités d'enrichissement

Les élèves peuvent exercer leurs capacités mathématiques en explorant la classe ou l'école. Les encourager à mesurer le périmètre de la classe ou du gymnase. Leur faire trouver l'aire de traces de pas ou d'empreintes de main, en centimètres, ou encore l'aire d'un mur comportant des fenêtres ou une porte. Employer des articles utilisés dans la classe pour tester ce qu'ils savent de l'aire et du périmètre.

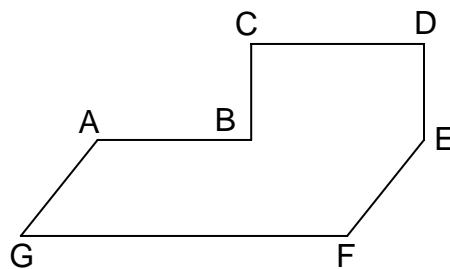
Notes pour l'évaluation

- Dans le cadre de la tâche d'évaluation suggérée pour le périmètre de figures irrégulières, les élèves seront appelés à démontrer leur compréhension de mesures linéaires en faisant des estimations et en mesurant le périmètre de figures irrégulières. Ils utiliseront de la ficelle pour mesurer le périmètre d'une aire de jeu qui comporte des courbes. Les élèves devront ensuite diviser un polygone en parties afin de mesurer le périmètre d'un portique d'escalade. Finalement, les élèves devront décrire chacune des stratégies qu'ils auront adoptées pour déterminer le périmètre d'une forme irrégulière.
- Les élèves devraient avoir des règles et de la ficelle ou du fil à leur disposition.
- Lorsque les élèves seront appelés à faire des estimations, on attendra d'eux qu'ils modifient leurs estimations initiales si l'ajout de nouvelles données leur permet de découvrir qu'elles ne sont vraiment pas adéquates.

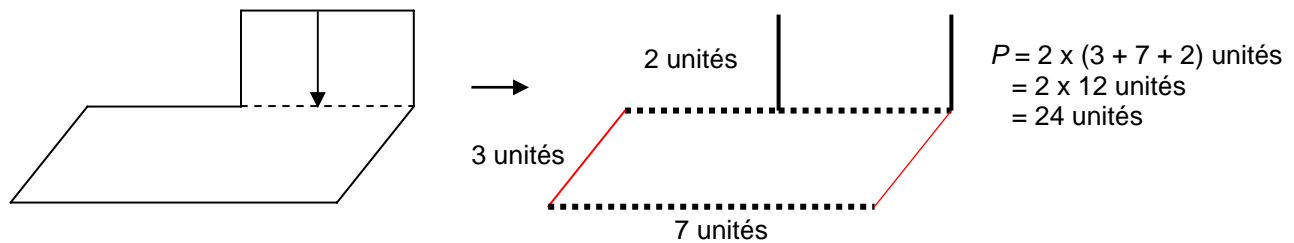
Par exemple, un élève pourrait commencer par estimer à environ 45 m le périmètre de l'aire de jeu. Si cet élève mesurait ensuite directement la partie du périmètre qui représente selon lui le $\frac{1}{4}$ du pourtour de l'aire de jeu et obtenait une mesure de 8 m, on pourrait s'attendre à ce qu'il se base sur cette nouvelle information pour réviser sa première estimation à la baisse et proposer une nouvelle estimation de 30 m.

La division d'une figure irrégulière en parties peut être simplifiée si l'on recherche des relations entre certaines des parties et que l'on tient compte de ces relations pour déterminer le périmètre de cette figure.

Par exemple, si un élève devait déterminer le périmètre de la figure ci-dessous, il n'aurait pas à mesurer les longueurs des côtés AB et CD, puisque leur somme est égale à la longueur du côté FG.



Les élèves pourraient également adopter la visualisation comme stratégie et ainsi imaginer les déplacements de certains des côtés qui pourraient réduire le nombre de mesures nécessaires pour déterminer le périmètre entier, comme dans l'illustration ci-dessous.



- Dans le cadre de la tâche d'évaluation suggérée pour l'aire de figures irrégulières, les élèves seront appelés à démontrer leur compréhension de l'aire en estimant et en mesurant l'aire d'une figure irrégulière. Ils devront d'abord déterminer l'aire de l'Alberta en divisant en parties une figure représentant cette province qui est tracée sur une surface quadrillée, puis en déterminant les aires de ces parties et en les additionnant pour obtenir l'aire totale. Les élèves devront ensuite déterminer l'aire de la même figure soit (a) en traçant un rectangle dans lequel cette figure est entièrement incluse, puis en soustrayant de l'aire totale de ce rectangle l'aire des parties de ce rectangle qui ne sont pas incluses dans la figure, soit (b) en traçant le plus grand rectangle possible à l'intérieur de cette figure, puis en additionnant l'aire de ce rectangle et la somme des carrés inclus dans la figure mais non inclus dans le rectangle. Certains élèves pourront simplement compter toutes les unités carrées incluses dans la figure, tout en combinant les parties d'unités carrées partiellement couvertes. Finalement, les élèves devront expliquer laquelle de leurs deux méthodes ils ont préférée, puis ils devront évaluer l'exactitude et l'efficacité de chacune d'entre elles.
- Lorsque les élèves seront appelés à faire des estimations, on attendra d'eux qu'ils révisent leurs estimations initiales si l'ajout de nouvelles données leur permet de découvrir qu'elles ne sont vraiment pas adéquates.

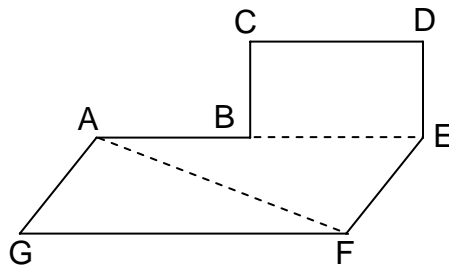
Par exemple, un élève pourrait commencer par estimer à 50 unités carrées l'aire de l'Alberta. Si cet élève mesurait ensuite directement la partie de cette aire qui représente selon lui le $\frac{1}{4}$ de cette aire et obtenait ainsi une mesure de 15 unités carrées, on pourrait s'attendre à ce qu'il se base sur cette nouvelle information pour réviser sa première estimation.

- Les élèves peuvent simplement compter les unités carrées incluses dans la figure :
 - a) en comptant les unités carrées entièrement incluses dans cette figure, puis
 - b) en comptant les unités carrées partiellement incluses dans cette figure et en divisant le nombre obtenu par 2 pour estimer le nombre équivalent d'unités entières, puis
 - c) en additionnant les nombres obtenus en (a) et (b).

Les élèves peuvent également tracer un rectangle aussi grand que possible à l'intérieur de la figure afin de simplifier leurs calculs. Chaque élève qui adoptera cette méthode devra aussi mesurer l'aire des parties de la figure qui débordent de son rectangle.

Une troisième stratégie qui permettrait aux élèves de simplifier leur tâche consiste à compter les unités carrées en divisant la figure irrégulière en plus petites figures régulières.

Par exemple, pour déterminer l'aire de la figure ci-dessous, les élèves pourraient déterminer l'aire du rectangle BCDE et l'aire de l'un des triangles inclus dans le parallélogramme AEF, multiplier l'aire de ce triangle par deux, puis additionner le produit ainsi obtenu et l'aire du rectangle.



Et finalement, une autre stratégie (dite de « compensation ») consiste à inscrire la figure à l'intérieur d'un rectangle, puis à soustraire la partie de l'aire du rectangle qui n'est pas incluse dans celle de la figure de l'aire totale de ce rectangle. Pour y arriver, les élèves pourraient aussi combiner cette stratégie avec la partition de la figure en figures régulières décrites ci-dessus.

Par exemple, dans le diagramme ci-dessous, pour mesurer l'aire du rectangle qui n'est pas incluse dans l'aire de la figure, les élèves pourraient effectuer le calcul suivant :

$$\begin{aligned} & \text{Aire du rectangle} - [\text{Aire du petit rectangle} + \text{Aire des deux triangles}] \\ & (6 \text{ unités} \times 11 \text{ unités}) - [(3 \text{ unités} \times 6 \text{ unités}) + (2 \text{ unités} \times 3 \text{ unités})] \\ & = 66 \text{ unités carrées} - (18 + 6) \text{ unités carrées} \\ & = 66 \text{ unités carrées} - 24 \text{ unités carrées} \\ & = 42 \text{ unités carrées} \end{aligned}$$

